תהי f מוגדרת בסביבת , . F גזירה ב אם אחד(ולכן כל) התנאים השקולים הבאים מתקיים(ים):

1. קיים
2. קיים
3. קיים כך ש
4. קיים כך ש

ואז נסמן את הגבול ואת המספר a ב שהיא "הנגזרת של f ב"

# משפט

אם f גזירה ב אזי היא רציפה שם.

## הוכחה

f רציפה ב אם ורק אם ז"א ש

# דוגמה

f רציפה אך ורק ב

# דוגמה

## טענה

לכל

### הוכחה

, לכן

שים ואז , , ומכאן: ולכן

# משפט

אם f גזירה ב ו אזי גזירה אף היא ב ו.

## הוכחה

# משפט

תהיינה גזירות ב, אזי גזירה ב גם כן ו

## הוכחה

# מסקנה

אם גזירות ב ו אזי גזירה ב אף היא ומתקיים

## הוכחה: תרגיל

דרך אינדוקציה נוכל גם להוכיח:

# משפט

תהיינה פונקציות גזירות ב ו, אזי הינה גזירה ב עם נגזרת

## דוגמה

הפולינום הינה פונקציה גזירה בכל ו

# משפט

תהיינה f,g גזירות ב, אזי גם גזירה ב ומתקיים

## הוכחה

# משפט

תהיינה f,g גזירות ב ונניח ש. אזי גזירה אף היא ב ו

# הוכחה

נוכיח קודם ש

...

# דוגמאות

1. באשר   
    באשר

# משפט(חוק השרשרת)

נניח שg גזירה ב ושf גזירה ב, אזי גזירה ב ו*=*

## הוכחה

*ההוכחה הזו לא נכונה שכן יכול להיות ש!!!*

## הוכחה נכונה

ע"פ ההנחות: באשר ונגדיר   
 באשר ונגדיר

צ"ל באשר

# דוגמאות



# משפט

נניח שf חח"ע בסביבת , , שf גזירה ב וש. אזי גזירה ב ו

## הוכחה

הבעיה היא שזה לא מוכיח ש גזירה ב, אלא רק שאם היא גזירה אז זו הנגזרת שלה. לדוגמה: => . אינה גזירה ב

*לא מתאפס שכן f חח"ע*

# דוגמה